Animazione di funzioni periodiche

Plinio Gatto

24 aprile 2006

Supponiamo di voler realizzare un animazione che se viene riprodotta ciclicamente si ripeta senza interruzzioni. Un'animazione di questo tipo potrebbe essere la simulazione del movimento di un'onda.

Supponiamo di avere una funzione periodica di periodo T, nel momento in cui si desidera animare la funzione questa diventerà anche funzione del tempo:

$$f(x,t)$$

dove x è la variabile a cui è associata la forma della funzione che si sposta e t rappresenta la dipendenza dal tempo.

Un'animazione è la riproduzione di una sequenza di immagini dette frames. Per ottenere una riproduzione fluida bastano 30 frames per secondo.
La definizione del numero di frames ci fornisce inoltre un legame tra la base dei tempi e la dimensione spaziale della funzione, infatti il periodo della funzione che vogliamo animare è di 30 frames; in questo modo l'onda si sposterà di un periodo in un secondo.

Per avere una riproduzione continua è necessario che l'ultimo frames sia uguale a quello precedente al primo anche se, per semplicità, possiamo imporre che l'ultimo frame sia uguale al primo.
Possiamo quindi rappresentare la funzione in un singolo frames con la seguente espressione:

$$y_k = f(x_k - \frac{k}{n})$$

dove *k* è l'indice del singolo frame e *n* è una costante che mette in relazione lo spostamento della funzione ed il numero di frame. Si ha quindi, per il primo frame:

$$y_0 = f(x_0 - \frac{k}{n}) \qquad k=0$$

e con un numero di frames (totali) pari ad h l'espreessione per l'ultimo frame è la seguente:

$$y_h = f(x_h - \frac{h}{n}) \qquad k=h$$

A questo punto ci basta eguagliare le due espressioni per poi ricavare la costante *n* che ci permette di legare lo spostamento al numero di frames:

$$f(x_0) = f(x_h - \frac{h}{n})$$

$$f(f(x_0))^{(-1)} = x_h - \frac{h}{n}$$

Se la funzione è invertibile si ha:

$$x_0 = x_h - \frac{h}{n}$$

$$x_h - x_0 = \frac{h}{n}$$

da cui:

$$n = \frac{h}{(x_h - x_0)}$$

dove x_0 è la posizione di un punto della funzione nel primo frame e x_h è la posizione dello stesso punto dopo che si è spostato di 30 frames ovvero di un periodo. Il termine $x_h - x_0$ coincide quindi con il periodo T:

$$n = \frac{h}{T}$$

Concludiamo questa semplice discussione con un esempio: supponiamo di voler ralizzare l'animazione di un'onda sinusoidale di periodo $T=2\pi$ che si sposta verso destra in 30 frames si ha:

$$n=\frac{30}{(2\pi)}$$

la funzione per il *k*-esimo frame è la seguente:

$$y_k=\sin(x_k-k\frac{(2\pi)}{30})$$

Si riporta il codice di un semplice script Matlab che realizza l'animazione:

```
clear all;
nframes = 30;
x=0:0.1:15;
y = sin(x);

h = plot(x,y);
set(h,'MarkerSize',10);
axis([0 15 -1.5 1.5]);
axis square;
grid off;

n=30/(2*3.14);

for k = 1:1:nframes
   y = sin(x-k/n);
   set(h,'XData',x,'YData',y);
   M(k) = getframe;
end

movie2avi(M,'onda.avi');
```