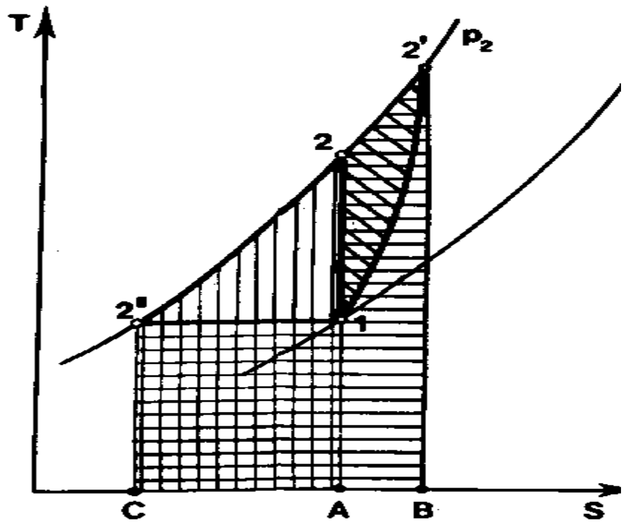
PROCESSO DI COMPRESSIONE DI UN GAS

Sia $p_1\,T_1$ lo stato termodinamico iniziale di un gas perfetto idealizzato (calori specifici costanti) $p_2\;T_2$ lo stato finale con $P_2 > P_1$, trattasi cioè di una compressione che si può ritenere adiabatica anche in sede reale ad eccezione delle macchine piccole ove il rapporto superficie-volume è elevato. Sia 1-2 la trasformazione adiabatica limite(isoentropica), 1-2' l' adiabatica reale come in figura. Scriviamo in seguito l'equazioni dell'energia sia in forma termica che meccanica in quanto come vedremo ci farà comodo usare indifferentemente l'una o l'altra a seconda del caso. Tali equazioni si riferiscono ad un sistema aperto in quanto tale si può considerare il processo che avviene in un compressore.



$$dQ + dL = dh\ (+dE_{pot} + dE_{cin})$$

$$dL = \frac{dP}{\tilde{n}} + dL_p\ (\ + dE_{pot} + dE_{cin}\ )$$

Personalizziamo ora le 2 espressioni della equazione dell'energia tenendo conto che il processo è adiabatico dQ = 0, il termine potenziale è chiaramente trascurabile per un gas, mentre il termine cinetico non è trascurabile, tuttavia, poiché dobbiamo integrare lungo tutta la macchina, il suo peso è modesto in confronto agli altri per cui senz'altro lo possiamo trascurare. Scriviamo quindi le espressioni dell'equazione dell'energia personalizzate per la trasformazione di compressione in esame:

$$dL = dh$$

$$dL = \frac{dP}{\tilde{n}} + dL_p$$

Possiamo integrare le equazioni sull'intero percorso, durante tutta la compressione.
Dalla forma termica:

$$dQ + dL = dh \rightarrow \ddot{A}h = h_2\text{-}h_1$$

$$\mathrm{L}_{\lambda} = h_2 - h_1 = \int_{T_1}^{T_2} c_P dT = c_P (T_2 - T_1) \Rightarrow \mathrm{L}_{\lambda} = \frac{c_P R}{R} \mathrm{T}_1 \left(\frac{\mathrm{T}_2}{\mathrm{T}_1} - 1 \right)$$

ricordando che per una trasformazione adiabatica

$$\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} \qquad R = c_P - c_v \qquad RT_1 = P_1 v_1 = \frac{P_1}{\tilde{n}_1}$$

abbiamo

$$L_{\lambda} = \frac{k}{k-1} \frac{P_1}{\tilde{n}_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]$$

Valutiamo ora il lavoro politropico reversibile partendo dalla equazione dell'energia in forma meccanica in quanto la trasformazione non sarà più adiabatica.

$$L_{pol.rev} = \int_{P_1}^{P_2} \left(\frac{dP}{r} \right) = \int_{P_1}^{P_2} (vdP)$$

ricordando che per una politropica reversibile possiamo scrivere:

$$\frac{\mathrm{p}}{r^{\mathrm{m}}} = \cos t$$

otteniamo per analogia

$$L_{pol.rev} = \frac{m}{m-1} \frac{P_1}{r_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$$

Valutiamo ora il lavoro speso in sede reale ove il processo sarà ancora adiabatico (ad eccezione delle macchine piccole) ma non isoentropico. Per fare ciò conviene partire dall'equazione dell'energia in forma termica in quanto ora abbiamo lavoro d'irreversibilità di prima specie $(dQ_i)_I$

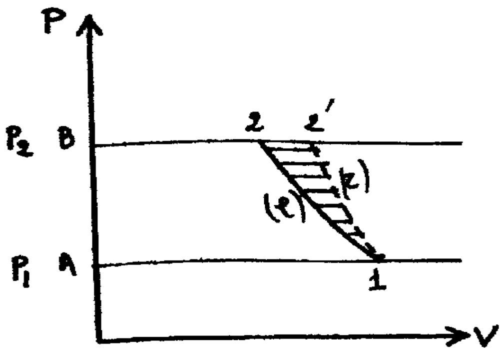
$$L_r = h_2' - h_1 = \int_{T_1}^{T_2'} c_p dT = c_p \int_{T_1}^{T_2'} dT = c_p (T_2' - T_1) = \frac{c_p R}{R} T_1 \left(\frac{T_2'}{T_1} - 1 \right)$$

$$\frac{T_2'}{T_1} = \left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} \qquad \text{politropica}$$

poichè $R = c_p - c_v$ e $k = \dfrac{c_p}{c_v}$

abbiamo $$L_r = \frac{k}{k-1} \frac{P_1}{\tilde{n}_1} \left[\left(\frac{P_2}{P_1} \right)^{\frac{m-1}{m}} - 1 \right]$$

Vediamo ora sul piano P-v la rappresentazione dei lavori:
visto L_l = *area A12B* e $L_{pol.rev}$= *area A12'B* la loro differenza è : $L_{c.r.}$= *area 122'*



$$L_{pol.rev} = L_\lambda + \int_{P_1}^{P_2} \Delta v dP \qquad \Delta v = v_{reale} - v_{\lim ite}$$

$$L_{c.r} = \int_{P_1}^{P_2} \Delta v dP$$

Il lavoro di controrecupero è dovuto alla maggiore dilatazione del fluido

L_{cr} = lavoro di controrecupero. E' la dilatazione del fluido, cioè il maggiore volume specifico a parità di pressione che il fluido ha nel processo reale e provoca il surplus di lavoro da spendere durante la compressione. Dalle tre relazioni che abbiamo trovato per il lavoro di compressione notiamo che dal punto di vista formale sono esprimibili con la stessa equazione, dove però nella prima figura k, nella seconda m, nella terza sia m che k.
Dal punto di vista quantitativo il lavoro reale vale:

$$L_r = \int_{P_1}^{P_2} \left(\frac{dP}{r} \right)_r + L_p$$

$$L_r = L_{pol.rev} + L_P$$

$$L_{pol.rev} = L_\lambda + \int_{P_1}^{P_2} \Delta v dP$$

$$L_r = L_\lambda + \int_{P_1}^{P_2} \Delta v dP + L_P$$

In definitiva possiamo scrivere che:

$$L_\lambda < L_{pol.rev} < L_r$$

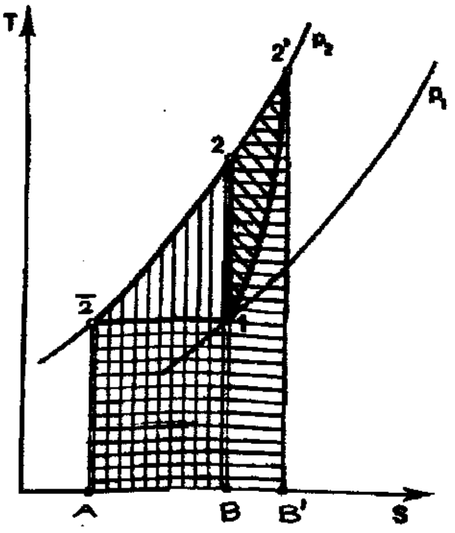
Il lavoro di controrecupero costituisce un aggravio di spesa sul lavoro di compressione

$$\int_{P_1}^{P_2} \Delta v dP = L_{CR}$$

Sappiamo che mentre il piano termodinamico PV è esauriente per quanto riguarda i lavori, non consente la visualizzazione del lavoro passivo che può essere utilmente rappresentato nel piano TS. Dato che il processo di compressione lo consideriamo adiabatico dQ = 0 abbiamo che :

$$dL = dH = c_p dT$$

ne consegue che il lavoro scambiato dall'unità di massa di fluido lungo una trasformazione adiabatica , reversibile o meno, è pari al calore che verrebbe scambiato in una trasformazione isobara qualsiasi a qualunque pressione, tra le medesime temperature del processo adiabatico considerato. Possiamo quindi visualizzare nel piano entropico tutti i lavori che interessano.



L_λ area $AB2\bar{2}$

L_r area $AB'2'\bar{2}$

L_p area $BB'2'1$

L_{CR} area $122'$

$L_r = L_\lambda + L_p + L_{CR}$

Analiziamo con quanta efficienza cioè economia di energia comprimiamo il fluido

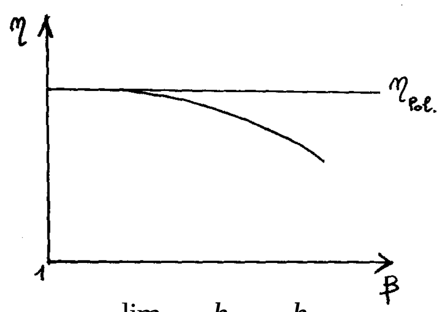
$$h_{ad} = \frac{L_\lambda}{L_r}$$

$$h_{\mathrm{pol}} = \frac{L_{pol.rev}}{L_r}$$

$$h_{ad} = \frac{L_\lambda}{L_r} = \frac{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\left(\frac{P_2}{P_1}\right)^{\frac{m-1}{m}} - 1} = \frac{b^{\frac{k-1}{k}} - 1}{b^{\frac{m-1}{m}} - 1}$$

$$h_{\mathrm{pol}} = \frac{m}{m-1}\frac{k-1}{k}$$

Il rendimento adiabatico dipende, come si osserva, da k e da m oltre che dal rapporto manometrico di compressione β. Il rendimento politropico dipende solo da k e da m, ma non da β e ciò ha un particolare significato di utilità in quanto è un indice fortemente quantitativo e qualitativo della tecnologia della macchina, definisce cioè il suo livello evolutivo. In pratica utiliziamo il rendimento adiabatico in quanto, definito il rapporto manometrico di compressione, sappiamo quanto lavoro in più dobbiamo spendere rispetto al processo limite adiabatico isoentripico.



$$\lim_{b \to 1} h_{ad} = h_{pol}$$