L'efflusso si mantiene conforme al progetto sino alla sezione contratta dopo di che avviene una onda d'urto , il condotto comincia a funzionare da diffusore idato che l'efflusso non riesce a diventare supersonico per cui l'intera estensione del ramo divergente del condotto diventa diffusore. Quando poi pa risulti compreso tra una certa pressione p ed una certa pII ci troviamo in un lungo intervallo di pressioni in cui il condotto non è più in grado di accelerare il fluido alla velocità di progetto. Questo diagramma ci permette di sintetizzare in maniera completa l'intero comportamento del condotto, riesce a descrivere la risposta completa del condotto in qualsiasi condizione di esercizio purché si faccia l'ipotesi di efflusso adiabatico isoentropico, salvo in prossimità della formazione delle onde d'urto che costituisce un punto singolare del processo. Alla formazione dell' onda d' urto corrisponde un aumneto di entropia essendo il processo chiaramente dissipativo.

EQUAZIONI DELLE ONDE D'URTO

$$\frac{\mathrm{P'}}{\mathrm{P}} = \frac{1}{k+1}\left[2kMa^2 - (k-1)\right]$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{r}{r'} = \frac{1}{k+1}\left[2\,Ma^2 + (k-1)\right]$$

$$\frac{T'}{T} = \frac{1}{(k+1)^2}\left[6k - k^2 - 1 + 2\,\frac{(k-1)}{Ma^2} + 2k(k-1)\,Ma^2\right]$$

$$Ma'^2 = \frac{(k-1)\,Ma^2 + 2}{2kMa^2 - (k-1)}$$

$$\frac{\Delta S}{cv} = \frac{2}{3}\,\frac{k(k-1)}{(k+1)^2}\left(Ma^2 - 1\right)^3$$

Per L' aria:

K = 1,4

Ma = 2

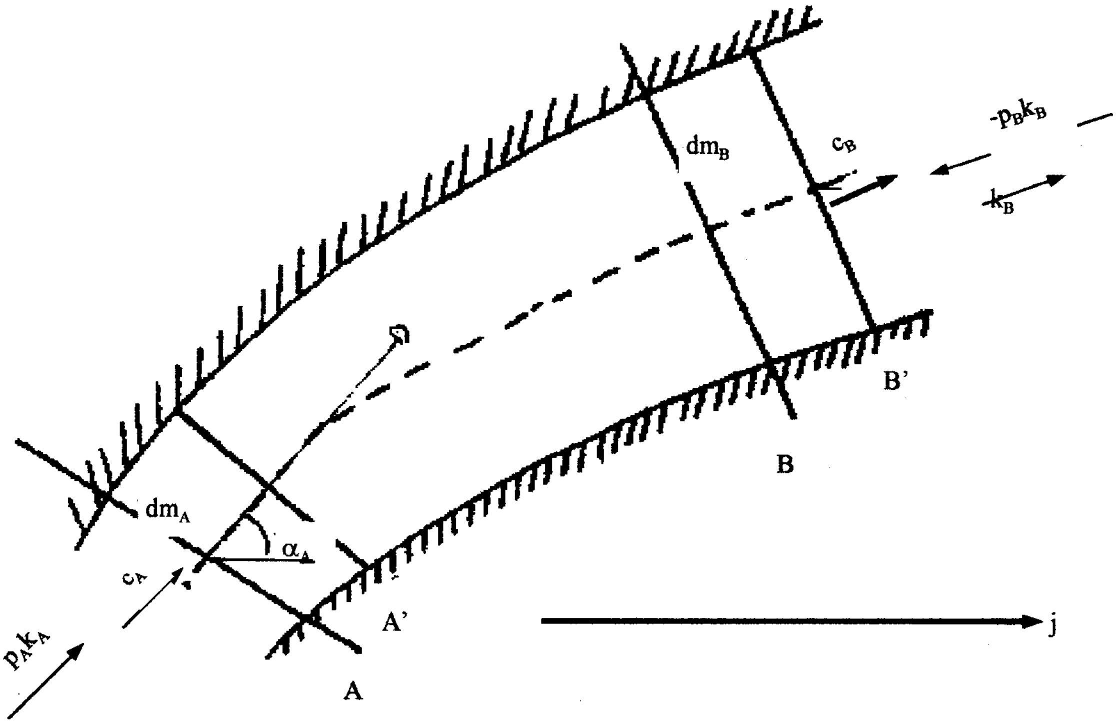
$$\frac{\mathrm{P'}}{\mathrm{P}} = 4{,}5$$

$$\frac{c'}{c} = \frac{r}{r'} = 0{,}375$$

$$\frac{T'}{T} = 1{,}687$$

$$Ma' = 0{,}58$$

EQUAZIONE DELL'IMPULSO



In molte applicazioni si usa l'equazione della quantità di moto ovvero il teorema dell'impulso oppure l'equazione duale del momento della quantità di moto. Il caso che a noi importa è quello di un sistema costituito da un fluido che percorre un volume controllato delimitato da un condotto e dalle superfici d'entrata e d'uscita. Le ipotesi che facciamo sono due :

1) moto permanente
2) modello monodimensionale

In altre parole abbiamo una uniforme distribuzione dei parametri nella generica sezione del volume controllato. Prendiamo in esame due sezioni A e B da noi scelte arbitrariamente, in questi termini il volume controllato è delimitato dalle sezioni A e B che sono perpendicolari all'asse del condotto su cui abbiamo scelto un'ascissa curvilinea s. Con le ipotesi fatte avremo una uniforme distribuzione dei parametri ossia la velocità sarà perpendicolare alla sezione (concorde alla tangente dell'asse del condotto). L'analisi condotta è di tipo euleriano ovvero consideriamo il volume di fluido che è racchiuso nel nostro volume controllato in un certo istante t generico, facciamo la nostra analisi sulla quantità di fluido che è imprigionato nel volume controllato. Lasciamo passare un certo tempo infinitesimo dt e chiediamoci quale sarà la sorte del fluido che stiamo considerando. Dopo un intervallo di tempo dt la sezione A si sarà spostata da A a A' e la sezione B a B' in quanto tutto il fluido sarà stato oggetto di avanzamento nel senso dell'efflusso, cioè nel verso dei vettori c_A e c_B. Consideriamo il condotto fermo per cui le velocità C sono assolute, comunque si può sempre ricorrere ad un riferimento solidale con il condotto. Dopo un tempo dt vedremo il fluido delimitato dalle sezioni A' e B' .

Applicando alla quantità di fluido che stiamo osservando l'equazione della quantità di moto

$$\frac{d\overline{q}}{dt} = \overline{F}$$

$\overline{q}$ è la quantità di moto che stiamo considerando

$\overline{F}$ è la risultante delle forze esterne.

Il significato della derivata è quello di derivata sostaziale[1], descriviamo la variazione nell'unità di tempo della quantità di moto complessiva di tutto il volume controllato. Possiamo proiettare la nostra equazione su un asse generico qualsiasi e scriveremo:

$$\frac{dq_j}{dt} = F_j$$

F_j è la risultante di tutte le forze esterne proiettate sull' asse j

Diamo al primo e al secondo membro la forma che compete loro nel nostro modello di efflusso. Ci chiediamo quanto vale la variazione della quantità di moto proiettata sull'asse j
L'insieme del dominio che occupa il nostro sistema da A a B in un istante e da A' B' in un istante successivo presenta una sovrapposizione molto ampia,cioè tutto il fluido che occupa lo spazio compreso tra A' e B non è soggetto a nessuna variazione della quantità di moto perchè essendo il moto permanente in ciascun punto del nostro dominio la quantita di moto associata ad una particella elementare che ha il baricentro in quel punto non presenta variazioni. Quindi la variazione della quantita di moto del nostro sistema è dovuta esclusivamente all'incremento della quantità di moto dovuto alla massa di fluido compreso tra le sezioni B B' meno il contributo della massa compresa tra le sezioni A A'. Perciò è soltanto questa la variazione sostanziale di quantità di moto nel tempo dt. Quindi possiamo scrivere indicando con:

dm_A, dm_B le masse comprese nei volumi AA', BB'

$$\mathrm{dq_j} = dm_B \cdot c_{B_j} - dm_A \cdot c_{A_j}$$

$dm_A = dm_B = dm$ dato che il moto è permanente.

La nosta componente secondo l' asse j sarà esprimibile come :

$$\mathrm{dq_j} = dm\left(c_{B_j} - c_{A_j}\right) \text{ (moto permanente)}$$

Per le forze esterne abbiamo invece :

$$\mathrm{F_j} = F_{M_j} + F_{S_j} + \left(p_A\Omega_A\right)_j - \left(p_B\Omega_B\right)_J$$

$\mathrm{F_J}$ rappresenta la forza complessiva sull' asse j

$\mathrm{F_{M_J}}$ Sono le forze di massa

$\mathrm{F_{S_J}}$ componente secondo j delle forze di superficie intendendo qui tali forze esercitate esclusivamente sulle superfici laterali.

(1)
La derivata sostanziale è il tasso d' incremento nel tempo dei valori di una grandezza fisica associata ad un elemento fluido .Per calcolarla si scrive il differenziale totale della funzione che rappresenta la grandezza fisica.

E’ utile fare questa separazione in quanto l’equazione dell’impulso è utile soprattutto per ricavare l’entità delle forze o delle coppie che vengono mutuamente trasmesse tra il fluido e la superficie mobile a contatto con il fluido stesso. Nel caso di una turbomacchina può essere una palettatura. Da notare che queste forze sono intese come forze esercitate sul fluido dalla esterno e quindi si tratta nel caso della Fs_j della componente complessiva sull’ asse j delle forze che vengono esercitate dalla superficie laterale sul fluido e cosi anche le forze di massa. Infine abbiamo da considerare le forze superficiali che agiscono sempre sul fluido in corrispondenza delle due sezioni di ingresso e di uscita. Queste forze le possiamo scrivere come:

$p_A\Omega_A - p_B\Omega_B$ Proiettate sull' asse j

Avendo considerato le superfici di entrata e di uscita ortogonali alla direzione del moto sarà ortogonale alla superficie considerata, sia il vettore velocità ,sia la forza per unità di superficie che opera su quella sezione in virtù della pressione del fluido.

Indichiamo con $p_A \overline{k_A}$ la forza di superficie, $\overline{k_A}$ è il versore della c_A, mentre sulla sezione di uscita avremo $-p_B \overline{k_B}$

$\overline{k_B}$ è il versore della c_B

Possiamo scrivere l' equazione in termini rappresentativi del modello che stiamo considerando. Tenendo conto che:

$c_{B_j} - c_{A_j} = c_B \cos a_{B_j} - c_A \cos a_{A_j}$

a è l' angolo formato trà il versore $\overline{k}$ e il versore $\overline{j}$

$$\frac{dm}{dt}\left(c_B \cos a_{B_j} - c_A \cos a_{A_j}\right) = F_{M_j} + F_{S_J} + \left(p_A\Omega_A \cos a_{A_J} - p_B\Omega_B \cos a_{B_J}\right)$$

Se indichiamo con $M = \frac{dm}{dt}$ la portata in massa che attraversa una sezione qualsiasi in un tempo dt essendo : $\lim_{\Delta t \to o} \frac{dm}{dt} = M$

L’equazione dell’impulso assume la forma

$$M\left(c_B \cos a_{B_j} - c_A \cos a_{A_j}\right) = F_{M_j} + F_{S_J} + \left(P_A\Omega_A \cos a_{A_J} - P_B\Omega_B \cos a_{B_J}\right)$$