

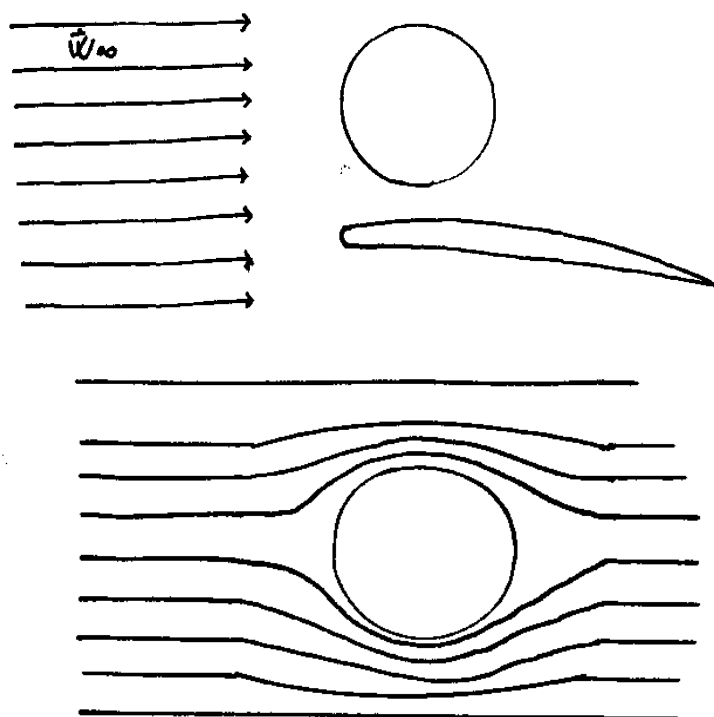
Con riferimento per il momento al profilo isolato è bene ricordare, sia pure a livello di cenni, quali sono gli strumenti di calcolo, o per lo meno le impostazioni, che reggono la teoria alare . Nella teoria alare si studia il disturbo che un determinato solido cilindrico introduce in una corrente che viene considerata per semplicità originariamente indisturbata

Si fa riferimento, quanto si analizza il corpo isolato singolo ,ad una corrente originariamente uniformemente distribuita ,per cui caratterizzata dal vettore che chiamiamo di nuovo  $w$  uniforme sia in direzione che in modulo , dopo di che si analizza cosa succede quando un corpo si trova nello spazio occupato dalla corrente .

Per ridursi a modelli bidimensionali e non tridimensionali ci si limita a considerare solidi cilindrici, nel senso della geometria descrittiva per esempio un profilo circolare oppure un profilo alare o altro ancora , come proiezione ortogonale nel piano del disegno .

Trascuriamo inoltre gli effetti delle estremità che saranno presenti comunque in corrispondenza alle due sezioni estreme del solido cilindrico che si considera .

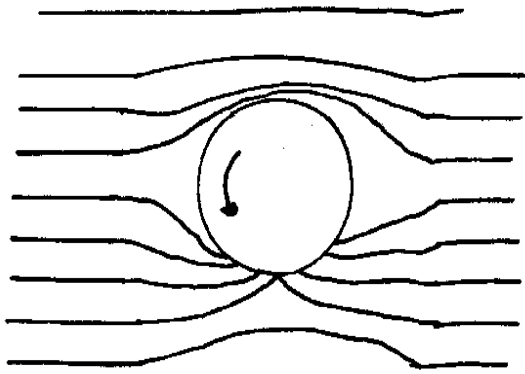
Nel ipotesi di assenza di viscosità si dovrebbe verificare l'assenza di quella che gli aerodinamici chiamano portanza , cioè di una forza capace di sostenere il profilo qualora il moto si conservasse a potenziale costante e quindi quando si potesse studiare il moto in termini di funzione potenziale  $\Phi(x,y)$ , essendo  $x,y$  le solite coordinate cartesiane nel piano del fenomeno .In pratica però è sufficiente una pure minima viscosità del fluido per potere ipotizzare una circolazione , ovvero una circuitazione non nulla del vettore velocità attorno ad una linea chiusa che contenga al suo interno il profilo solido. Questa circuitazione altro non è che l' integrale del prodotto scalare velocità locale per un elemento orientato  $ds$  lungo la linea, per cui occorre dare a  $ds$  una direzione per mezzo del versore  $k$  locale orientato concordemente con la linea che è stata considerata .



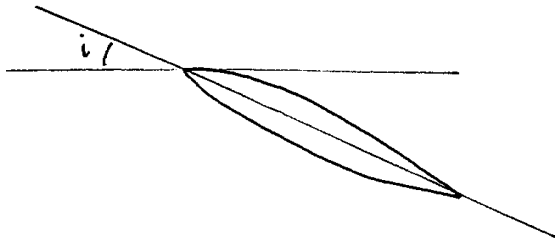
$$Circuitazione = \oint_C \vec{v} \cdot d\vec{s}$$

La circuitazione è proporzionale, come vedremo, alla forza che sostiene il mezzo immerso. Come caso particolare la circuitazione può essere nulla quando esistono condizioni di simmetria ,sia di carattere geometrico, ,sia inerenti l' incidenza con la quale la corrente vede il solido cilindrico.

Per esempio nel caso di un cilindro a sezione circolare fermo, le linee di corrente si disporranno in prossimità del cilindro stesso in maniera simmetrica e non avremo effetti di portanza .



Tuttavia è sufficiente considerare un cilindro rotante ed ecco che, per la sia pur minima viscosità del fluido, avremo uno strato limite a contatto con il cilindro. In corrispondenza della superficie esterna le particelle del fluido assumeranno la stessa velocità del cilindro stesso per cui le linee di corrente potranno essere come indicato in figura. In definitiva avremo la possibilità di creare dei punti di ristagno, magari in un punto soltanto. Analogamente potremo avere forze aerodinamiche ma portanza per il momento nulla nel caso in cui il profilo

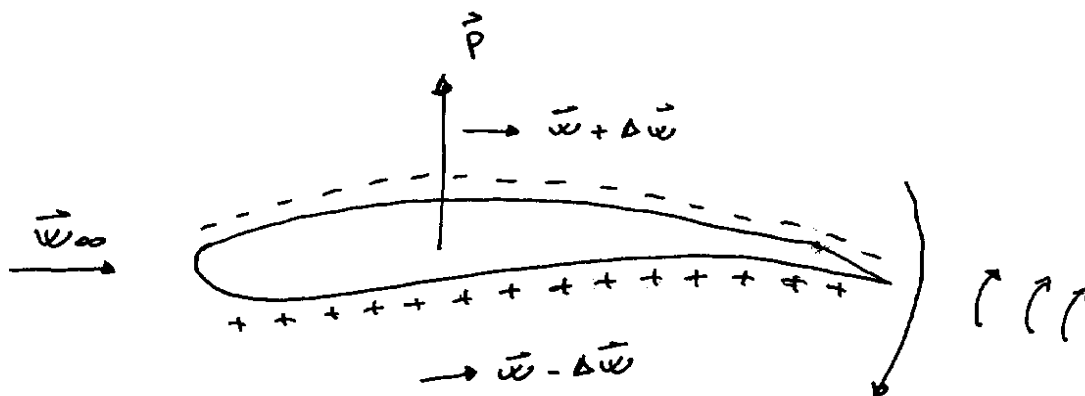


alare sia simmetrico e disposto simmetricamente rispetto alla corrente indisturbata, ovvero con angolo di incidenza nullo.

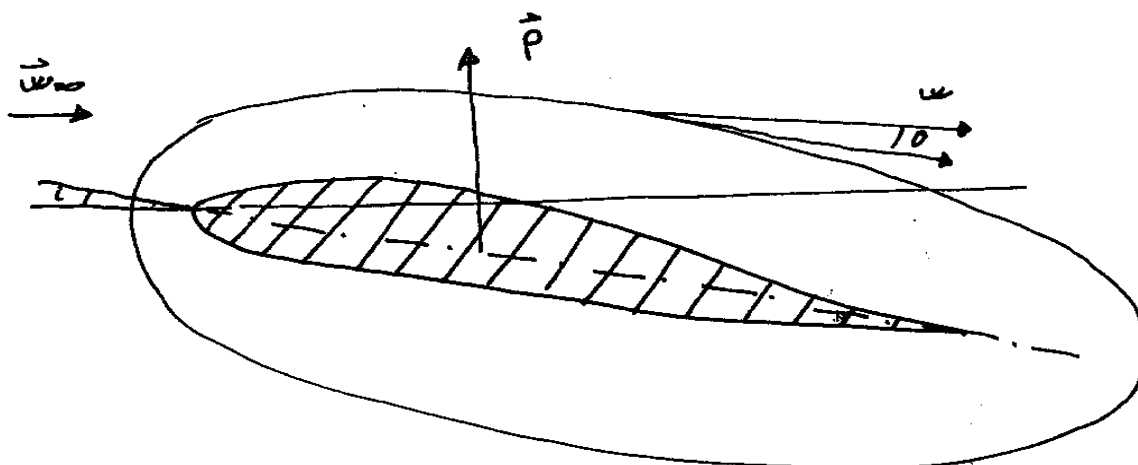
**Ricordiamo che l'angolo di incidenza è quello descritto dal vettore velocità  $w_{\infty}$  e la corda del profilo.**

Al contrario la portanza sarà non nulla o in presenza di profili dissimmetrici oppure in presenza di un profilo simmetrico però orientato con un angolo di incidenza diverso da zero rispetto alla corrente.

Naturalmente la presenza di un potenziale e contemporaneamente di una portanza sta a significare che esistono vortici nello spazio circostante al profilo, cioè una dissimmetria di pressioni agenti sull'estradosso e sull'intradosso del profilo, dovute ad una dissimmetria delle velocità. Nella parte dell'estradosso del profilo avremo una velocità media maggiore mentre nell'intradosso una minore, cioè  $w + \Delta w$  e  $w - \Delta w$ , di conseguenza una sovrappressione relativa rispetto all'estradosso, una portanza data dall'integrale delle forze di pressione.



Tutto questo sta a significare che la dissimmetria delle velocità dà luogo ad un vortice che sarà compensato da altri orientati in senso opposto in corrispondenza della scia del profilo e in una discontinuità sulla funzione potenziale  $\Phi$  che misura esattamente la circolazione.



Vediamo ora come si valuta la forza aerodinamica di sostentamento costituita dalla sola portanza, cioè da una forza diretta ortogonalmente al vettore  $w_{\infty}$  nell'ipotesi di assenza di viscosità, assumendo come modello di efflusso un modello a potenziale nullo.

Il fondamento della teoria alare è il teorema di **Kutta-Youkowski** relativo al fluido perfetto. Questo teorema dice che **se in un profilo dissimetrico immerso in una corrente originariamente uniforme descritta da un vettore velocità  $w_{00}$  considerano una qualsiasi linea chiusa che comprenda l'intera traccia del profilo nel piano, nell'ipotesi di profondità unitaria nella terza dimensione, il profilo sarà soggetto ad una forza diretta ortogonalmente al vettore  $w_{00}$  che prende il nome di portanza, il cui modulo può essere scritto come :**

$$P = \rho \cdot w_{\infty} \cdot \Gamma \quad \text{con } \rho = \text{densità del fluido all'infinito} \quad \Gamma = \text{circolazione}$$

$\Gamma$  può essere espressa come , indicando con  $w$  il vettore velocità locale e indicando con  $J$  l'angolo descritto da tale vettore con la tangente orientata sulla linea , :

$$\Gamma = \oint w \cdot \cos J \cdot ds \quad \text{che prende il nome di circolazione}$$

Naturalmente a parità di profilo e di velocità la circolazione sarà diversa e quindi anche la portanza sarà diversa a seconda dell'angolo di incidenza con il quale il profilo vede la corrente indisturbata. Se noi tracciamo una retta che rappresenta la giacitura della corda del profilo l'angolo di incidenza è l'angolo che tale direzione forma con quella del vettore  $w_{00}$ . E' ovvio che tutto questo vale per profilo indefinitamente allungato e quindi in assenza di fenomeni di estremità.

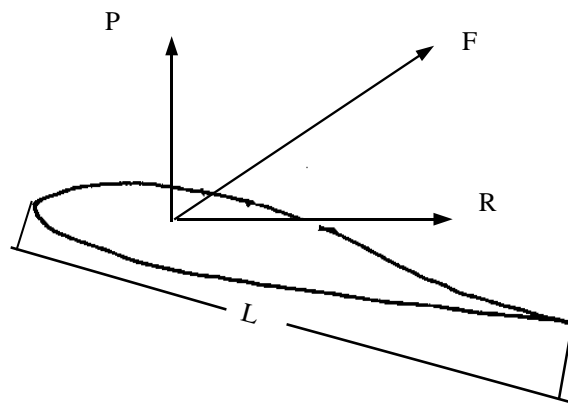
In realtà il profilo avrà una lunghezza finita, come l'ala di un aereo, per cui in corrispondenza dell'estremità avremo una situazione fluidodinamica più complessa chiaramente tridimensionale interessata dalla presenza di vortici aggiuntivi i quali meritano uno studio a parte.



## STRUMENTI DI CALCOLO DELLA TEORIA ALARE

Se noi studiamo un profilo isolato in una galleria del vento possiamo misurare accuratamente le forze alle quali il profilo è soggetto e ricavare delle leggi sperimentali .

Anzitutto nel caso dello studio sperimentale non possiamo fare astrazione dalla viscosità del fluido perché se introduciamo una corrente d'aria proprio per sperimentare il profilo di conseguenza rileviamo leggi sperimentali che tengono conto sia della portanza reale che della resistenza reale cioè della componente della forza aerodinamica che è applicata in senso ortogonale alla portanza e quindi parallelo a  $w_{00}$  .



Nella sperimentazione rileviamo una portanza diversa dalle nostre aspettative e una certa resistenza R. Quindi la forza aerodinamica complessiva F composta dalle forze di portanza e di resistenza .

La portanza ha una forma del tipo:

$$P = \frac{1}{2} c_p \cdot \rho \cdot w_{\infty}^2 \cdot L$$

$$R = \frac{1}{2} c_r \cdot \rho \cdot w_{\infty}^2 \cdot L$$

Ove  $C_p$  non è un calore specifico ma è un coefficiente di portanza e  $c_r$  di resistenza ,  $L$  è la corda del profilo misurata secondo le indicazioni già note . Ovviamente se noi moltiplichiamo  $L$  per l'altezza del profilo nella terza dimensione avremo la portanza complessiva e non la portanza per unità di profondità .

Il fattore  $1/2$ , che in talune trattazioni non viene riportato perché il  $c_p$  e  $c_r$  vengono divisi per due , sta ad indicare la proporzionalità tra le forze aerodinamiche, cioè le forze di interazione dei mezzi fluidi sul corpo cilindrico , cioè la legge di proporzionalità tra l'azione e l'energia cinetica del fluido.

Tutte le forze connesse con l'interazione fluido-solido sono proporzionali con il quadrato di una velocità di riferimento per cui le potenze in gioco sono proporzionali con il cubo di tale velocità

Per quanto riguarda  $c_p$  e  $c_r$  ovviamente la loro determinazione può essere fatta soltanto sperimentalmente analizzando per esempio un profilo immerso in una corrente opportunamente controllata e modulabile dall'esterno variando l'angolo di incidenza e volendo variando l'entità della velocità o il numero di Reynolds.

Facendo riferimento al teorema di K-Y e alla formula sperimentale della portanza, , possiamo ricavare, uguagliando le due espressioni, la correlazione che lega il coefficiente di portanza con la circolazione.

$$\rho \cdot w_{\infty} \cdot \Gamma = \frac{1}{2} \cdot c_p \cdot \rho \cdot w_{\infty}^2 \cdot L \quad \text{per cui} \quad c_p = \frac{2 \cdot \Gamma}{w_{\infty} \cdot L}$$