

Considerando l'equazione dell'energia

$$\frac{dp}{r} + cdc = 0 \quad \text{ma} \quad dp = c^{*2} d\mathbf{r} \quad \text{quindi} \quad \frac{d\mathbf{r}}{r} c^{*2} + cdc = 0 \quad \text{cioé}$$

$$\frac{d\mathbf{r}}{r} = -\frac{c^2}{c^{*2}} \cdot \frac{dc}{c} = -Ma^2 \frac{dc}{c}$$

introducendo l'equazione di continuità

$$M = r c \Omega = \text{cost} \quad \ln r + \ln c + \ln \Omega = \text{cost} \quad \frac{d\mathbf{r}}{r} + \frac{dc}{c} + \frac{d\Omega}{\Omega} = 0$$

da cui si ha :

$$-Ma^2 \frac{dc}{c} + \frac{dc}{c} + \frac{d\Omega}{\Omega} = 0$$

e in definitiva la prima equazione di **HUGONIOT**

$$\frac{d\Omega}{\Omega} = (M_a^2 - 1) \frac{dc}{c}$$

o la seconda equazione

$$\frac{dT}{T} = (1 - k) M_a^2 \frac{dc}{c}$$

L'equazione più importante è la prima per il suo significato fisico e geometrico. Essa ci dice in definitiva con quale criterio dobbiamo disegnare il condotto quando si ha il desiderio di conferire al fluido una determinata velocità, positiva o negativa. La prima equazione di Hugoniot ci dice che per $M_a < 1$, moto subsonico, volendo accelerare il fluido dobbiamo diminuire la sezione, se $M_a > 1$ e vogliamo aumentare la velocità occorre aumentare la sezione disegnando quindi il condotto divergente. Quest'ultimo non è intuitivo come lo era il primo caso, nel senso che se vogliamo accelerare il fluido ad una velocità maggiore dobbiamo aumentare la sezione. Diciamo questo perché la prima intuizione va corretta tenendo semplicemente conto che non abbiamo a che fare con un fluido a densità costante. Se si trattasse di un liquido si conserverebbe in un moto permanente non solo la portata in massa ma anche la portata volumetrica e cioè il prodotto velocità sezione per cui se vogliamo mantenere la portata volumetrica costante, all'aumentare della velocità la sezione deve obbligatoriamente diminuire. Ma qui ci troviamo in presenza di un aeriforme il quale è soggetto ad una espansione nel caso di una accelerazione del fluido oppure a compressione nel caso di decelerazione del fluido.