$\Gamma = \oint w \cos J \cdot ds = t(w_1 \cos b_1^* - w_2 \cos b_2^*) = t\Delta w_u$ Per simmetria perchè le linee che affiancano il profilo a destra e a sinistra daranno 2 contributi identici e di segno contrario quindi non avranno alcun peso sulla valutazione della circuitazione, rimarrano solo i contributi sui tratti rettilinei quindi, B - D e C - A danno contributo nullo

I contributi delle 2 linee AB e CD sono facilmente calcolabili .

Δw_u = varazione di proiezione del vettore w sulla direzione di u .

La portanza $P = r w_\infty \Gamma = r w_\infty t \Delta w_u$

Tutto questo per unità di profondità della generica pala nella terza direzione ortogonale al foglio

Lo scopo principale di questa analisi è determinare, nelle ipotesi che abbiamo fatto cioè di viscosità nulla, la correlazione tra la giacitura di w_∞ e la giacitura delle velocità w_1 e w_2 .

Per fare questo possiamo partire dall'equazione della quantità di moto nelle due direzioni che ci interessano . Immaginiamo di considerare il nostro bravo profilo e la portanza alla quale è soggetto. Se conoscessimo la direzione di w_∞ conosceremo anche la direzione della portanza in quanto sarebbe ortogonale alla direzione di w_∞ . Questo calcolo è più semplice perchè prescinde dalla viscosità e non abbiamo resistenze in gioco , la forza aerodinamica si identifica quindi nella sola portanza per cui possiamo chiamare con due nomi opportuni le componenti di tale portanza Chiamiamo con T la componente tangenziale e N la componente assiale . b_∞ sarà l'angolo tra T ed N che è lo stesso tra w_∞ e la direzione di u.

Poichè abbiamo coppie di segmenti ortogonali tra loro, applichiamo il teorema della quantità di moto nelle due direzioni T ed N

Chiamando M_0 la portata di fluido in un vano palare per unità di profondità

$M_0 = r \cdot w_a \cdot t$ moltiplicando per la profondità abbiamo la portata per il vano palare

L'equazione della quantità di moto in direzione T è

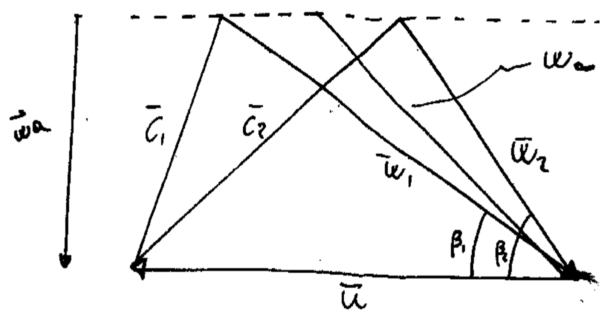
$T = M_0 \cdot \Delta w_u = r \cdot w_a \cdot t \cdot \Delta w_u$

in direzione N

$N = t(p_2 - p_1)$ in quanto non abbiamo variazione di velocità del fluido

Possiamo passare dalle pressioni alle velocità applicando il teorema dell'energia che per il nostro caso specifico si identifica nell'equazione di Bernoulli trascurando le variazioni di quota quindi

$$p_2 - p_1 = \frac{1}{2} r \cdot \left(w_1^2 - w_2^2\right)$$



Naturalmente w_1 e w_2 possono essere scritti in funzione della componente assiale e della componente tangenziale

$$w_1^2 = w_a^2 + w_{1u}^2 \qquad w_2^2 = w_a^2 + w_{2u}^2$$

$$w_1^2 - w_2^2 = w_{1u}^2 - w_{2u}^2 = \left(w_{1u} + w_{2u}\right) \cdot \left(w_{1u} - w_{2u}\right) = \left(w_{1u} + w_{2u}\right) \cdot \Delta w_u$$

Possiamo esprimere la componente N della forza aerodinamica sul profilo generico

$$N = t(p_2 - p_1) = \frac{1}{2} r t (w_{1u} + w_{2u}) \Delta w_u$$

$\frac{1}{2}(w_{1u} + w_{2u}) = w_{\infty u}$ cioè la proiezione del vettore w_∞ che si ottiene dai 2 vettori w_1, w_2 rappresentati con il vertice finale in comune , congiungendo tale vertice con la linea di mezzeria in alto.

$$N = r \cdot t \cdot w_{\infty u} \Delta w_u$$

w_∞ inteso come vettore non è altro che la media geometrica dei vettori w_1, w_2

$$T = N \cdot tgb_\infty$$

$$tgb_\infty = \frac{T}{N} = \frac{w_a \Delta w_u}{\frac{1}{2}(w_{1u} + w_{2u}) \Delta w_u} = 2 w_a (w_{1u} + w_{2u}) = \frac{w_a}{w_{\infty u}}$$

Possiamo a questo punto ottenere diverse informazioni conclusive che ci sono utili.
Una prima deduzione utile è l' espressione del coefficiente di portanza per la schiera .
Per determinarlo occorre uguagliare le 2 espressioni della portanza che conosciamo e cioè:

$P = r w_\infty t \Delta w_u = \frac{1}{2} c_p r w_\infty^2 L$ (il secondo membro rappresenta l' espressione sperimentale)

Otteniamo per il profilo in schiera :

$$c_p = 2 \frac{t}{L} \frac{\Delta w_u}{w_\infty}$$

Questa è una espressione fondamentale per lo studio delle schiere .

Molte altre informazioni utili possiamo procurarci.

Una è l' espressione della potenza specifica della nostra palettatura ipotizzata come palettatura mobile quindi rotorica che si muove con una velocità u.

$$P = \frac{T \cdot u}{M_o}$$

$T \cdot u$ = forza nella direzione di u per velocità u

M_0:è la portata di un vano palare o la portata tra la mezzeria di un vano palare e la mezzeria del vano adiacente, sempre per profondità unitaria.

Se sostituiamo a T la sua espressione e a M_o la sua espressione otteniamo :

$$P = u \Delta w_u = u(w_1 \cos b_1^* - w_2 \cos b_2^*)$$

Abbiamo ottenuta l' espressione Euleriana della potenza specifica delle turbomacchine.
In realtà è una bella scoperta perchè l' espressione è la medesima ma con un significato in chiave fluidodinamica diverso, in quanto per la schiera considerata , con rappaorti t/L molto grandi al di sopra dell' unità , la teoria monodimensionale non ci aiuta più di tanto in quanto se studiamo la nostra schiera tra le sezioni 1' 2', che corrispondono a quella della teoria monodimensionale, non possaimo applicare tale teoria in quanto la distribuzione delle velocità e anche entro certi limiti degli altri parametri talmente lontana dalla distribuzione uniforme che l' approccio monodimensionale perde ogni credibilità.

Abbiamo dovuto ricorrere alla teoria alare perchè abbiamo immaginato di spostarci opportunamente a monte e valle rispetto alla schiera facendo riferimento a due sezioni (1 e 2) lontane e tali da consentire l' ipotesi di efflusso uniformemente distribuito su di esse .
La teoria alare ci mostra che la formula di Eulero è ancora valida però applicata alle condizioni di efflusso a monte e a valle, uniformi.
Ovviamente è chiaro che gli sviluppi della teoria alare ,o gli studi sperimentali , sono intesi a subire le correlazioni tra i β costruttivi dei profili e i β fluidodinamici in quanto β_1*, β_2* che compaiono nella formula non sappiamo quanto valgono e se conosciamo come dati del problema la geometria dei profili alari con i quali abbiamo a che fare quindi conosciamo perfettamente l' angolo di calettamento cioè i β_1,β_2 costruttivi , nulla sappiamo sulla correlazione dei β fluidodinamici, e questo è uno dei motivi per cui la teoria alare va' approfondita con teorie più complesse e di carattere sperimentale .
Una altra deduzione importante per noi è l' espressione del grado di reazione di uno stadio di turbomacchine di questo genere utilizzando i risultati della teoria alare.

Il grado di reazione $R = \dfrac{\Delta h_{rot}}{\Delta h_{tot}}$

*P*er un compressore assaile può essere espresso con ottima approssimazione come :

$$R = \frac{\Delta p_{rot}}{\Delta p_{tot}}$$

$$\Delta p_{rot} = \frac{1}{2} r (w_1^2 - w_2^2) = r w_{\infty u} \Delta w_u$$

$$\Delta p_{tot} = r \Delta h_{tot} \cong r\mathrm{P} = r u \Delta w_u$$

$$R = \frac{r w_{\infty u} \Delta w_u}{r u \Delta w_u} = \frac{w_{\infty u}}{u}$$

Questo risultato viene utilizzato nelle applicazioni turbomacchinistiche perchè pone in relazione il parametro R con la componente u del vettore w_{00} che identifica la direzione della corrente indisturbata e consentirebbe al profilo studiato in schiera di comportarsi come un profilo alare.
L' analisi che si può fare in chiave molto semplice introducendo la viscosità del fluido conduce ad una notevole complessità formale.
Le applicazioni turbomacchinistiche della teoria alare si fondono anche su modelli matematici che fanno capo a 2 filoni fondamentali .
Uno è la teoria della equivalenza del profilo ad una serie di pozzi e di sorgenti. Esiste la possibilità, interpretando geometricamente il profilo come superficie generata dalla presenza di una pluralità di pozzi e di sorgenti , di studiare il profilo sia isolato che in schiera.
Inoltre si può usare la teoria delle mappe conformi cioè si può passare da un piano fisico a un piano equivalente convertendo un profilo di geometria qualsiasi in un profilo particolarmente semplice .
I vari studi teorici e numerici consentono, per un singolo profilo, di rappresentare in funzione di β_{00} ,cioè in funzione dell' incidenza del campo indisturbato equivalente, in funzione del rapporto t/L , il comportamento della schiera in maniera molto sintetica , deducendo un diagramma che riporta il rapporto tra il c_p di schiera e il c_p del profilo isolato portando in ascisse il rapporto t/L e parametrando per i vari β_{00} le curve.

Vedi libro di testo