EFFLUSSO PERMANENTE MONODIMENSIONALE DI UN GAS PERFETTO

Scopo di questa analisi è capire quale correlazione esiste tra la variazione di velocità e la variazione di sezione del condotto in dipendenza del regime del fluido. A seconda che il moto sia subsonico o supersonico la sezione deve essere tale da ottenere un certo risultato
Le ipotesi che facciamo sono:

a) moto a regime permanente
b) modello di efflusso monodimensionale
c) fluido gas perfetto idealizzato
d) efflusso adiabatico isentropico

I) Equazione di stato $\frac{P}{r} = RT$

II) Equazione della trasformazione $\frac{P}{r^k} = A$

La costante è nota una volta che sia noto lo stato termodinamico del fluido.

III) Equazione della continuità cioè M = cost in ogni sezione

IV) Equazione della energia in forma meccanica

$$\frac{\mathrm{dP}}{r} + cdc = 0$$

Questa deriva dalla equazione generale dell' energia in forma meccanica :

$$\mathrm{dL} = \frac{\mathrm{dP}}{r} + cdc + gdz + dL_p$$

consideriamo

1) Pareti rigide $\rightarrow$ L = 0

2) $L_P = 0$ perchè il processo è per ipotesi adiabatico isoentropico reversibile.

3) gdz è trascurabile per un aeriforme

Vediamo ora come possiamo operare per ricavare la legge che lega la variazione di velocità con la variazione di sezione. Le incognite sono p,T ρ,c, mentre se avessimo un modello tridimensionale le incognite sarebbero le precedenti termodinamiche più le 3 componenti della velocità. Dall'equazione della continuità, dell'energia insieme con l'equazione della trasformazione possiamo ottenere la velocità sonica

$$c^* = \sqrt{\frac{dp}{dr}} \Rightarrow c^{*2} = \frac{dp}{dr} \Rightarrow dp = c^{*2}\, dr$$

Per il processo adiabatico isoentropico del gas che stiamo considerando $\frac{\mathrm{p}}{r^{\mathrm{k}}} = \cos t \Rightarrow$

$$\Rightarrow \frac{dp}{dr} = \frac{dp\, r^k - k r^{k-1} dr}{r^{2k}} = 0 \Rightarrow \frac{dp}{dr} = k\,\frac{p}{r} \qquad \text{per cui } c^* = \sqrt{\mathrm{k}\,\frac{\mathrm{p}}{r}}$$