per una trasformazione isocora (v = cost):

$$dQ_r = \left(\frac{dU}{dT}\right)_v dT \rightarrow c_v = \frac{dQ_r}{T} = \left(\frac{dU}{dT}\right)_v dT$$

analogamente dal primo principio della termodinamica scritto nella forma:

$$dQ_{rev} + vdp = dH$$

per una trasformazione isobara (p=cost) tenendo conto che $H = \left(\frac{\partial H}{\partial p}\right)_T dp + \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p dT$

$$dQ_{rev} = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p dT \rightarrow c_p = \frac{dQ_{rev}}{dT} = \left(\frac{\partial H}{\partial T}\right)_p$$

Relazioni tra i calori specifici

$$dQ_{rev} + vdp = c_p dT$$

$$dQ_{rev} - pdv = c_v dT$$

per cui

$$pdv + vdp = dT(c_p - c_v)$$

poichè

$$pv = RT \Rightarrow pdv + vdp = RdT$$

sostituendo

$$RdT = dT(c_p - c_v) \Rightarrow c_p - c_v = R$$

Politropica

$$dQ_{rev} - pdv = dU = c_c dT$$

$$dQ_{rev} + vdp = dH = c_p dT$$

$$c = \frac{dQ_{rev}}{dT}$$

allora

$$cdT - pdv = c_v dT \Rightarrow dT(c - c_v) = pdv$$

$$cdT + vdp = c_p dT \Rightarrow dT(c - c_p) = -vdp$$

facendo il rapporto

$$\frac{c - c_p}{c - c_v} = -\frac{vdp}{pdv} = m$$

$$mpdv = -vdp$$

$$\frac{dv}{v} m = -\frac{dp}{p}$$

$$m \ln v = -\ln p + \cos t$$

$$\ln v^m + \ln p = \cos t$$

$$\ln pv^m = \cos t$$

$$pv^m = \cos t$$