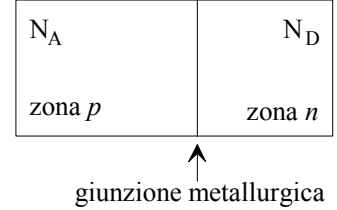


## LA GIUNZIONE pn

Supponiamo di drogare una zona di un cristallo di silicio (chip) con una concentrazione uniforme  $N_A$  di atomi di boro (zona che chiameremo di tipo  $p$  perchè ha una concentrazione prevalente di lacune quali portatori liberi) e poi, di colpo, la regione contigua con una concentrazione uniforme  $N_D$  di atomi di fosforo (zona di tipo  $n$ ). La linea ideale di separazione tra le due zone è detta interfaccia metallurgica. Poichè gli atomi di drogante aggiunti sono neutri, nel suo complesso il cristallo è ancora evidentemente neutro.

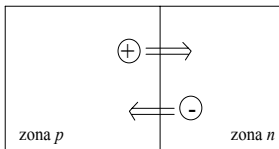


A causa del forte gradiente di concentrazione dei portatori liberi all'interfaccia metallurgica, si verificherà che:

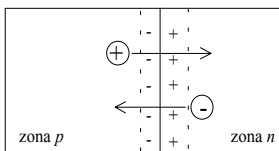
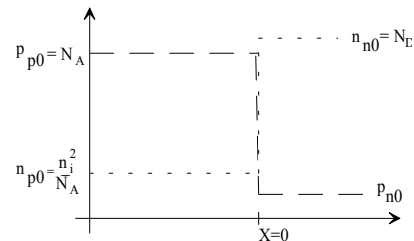
- alcune lacune si muovono per diffusione dalla zona  $p$  alla  $n$ , lasciando nella zona  $p$  di origine lo ione di boro, ora non più neutro ma carico negativamente. Così facendo si instaura un campo elettrico che tenderebbe a richiamare indietro le lacune, attivando un moto per deriva che si oppone alla diffusione;
- contemporaneamente, alcuni elettroni si muovono dalla zona  $n$  alla  $p$  ... ecc.

Se il sistema non viene disturbato nè da tensioni esterne applicate nè da luce o altro (si è cioè nella situazione di **equilibrio termico**), si giunge ad una situazione d'equilibrio dinamico in cui il flusso di ognuno dei due portatori generato per diffusione è esattamente controbilanciato da un uguale flusso di deriva. Il raggiungimento di un equilibrio ha anche l'effetto di limitare il fenomeno solo ad una piccola regione di spazio a cavallo della giunzione metallurgica.

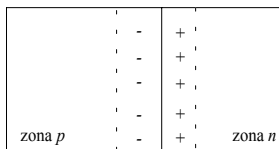
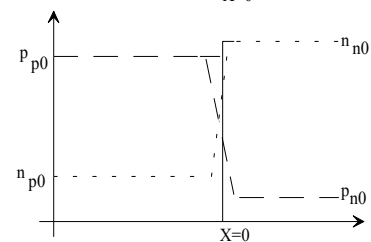
L'andamento spaziale della concentrazione dei portatori liberi rispetto alla concentrazione degli atomi di drogante, dal momento della formazione della giunzione al raggiungimento dell'equilibrio può essere visualizzato come in figura.



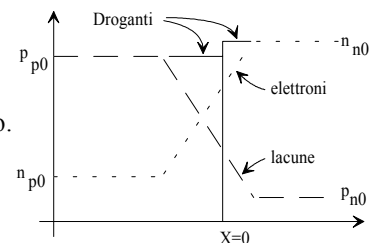
Nell'istante iniziale, in cui si realizza la giunzione ...



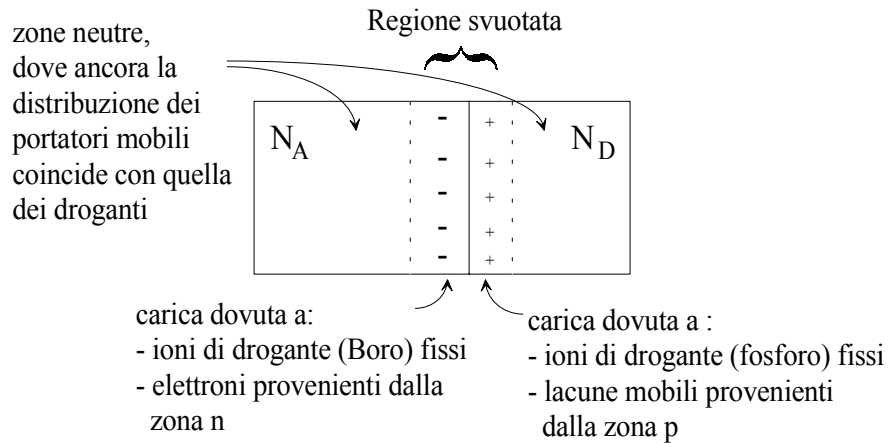
... dopo pochi istanti ...



... quando si è raggiunto l'equilibrio.



Come si vede, nella regione di transizione da un materiale all'altro a cavallo della regione metallurgica, la densità dei portatori differisce anche enormemente da quella dei propri droganti<sup>1</sup>, essendone sempre inferiore. Per questo motivo questa zona della giunzione *pn* viene chiamata **regione svuotata**, sottintendendo di portatori liberi, oppure, indifferentemente, **regione di carica spaziale**, sottolineando la presenza degli ioni di drogante e contrapponendola alle due regioni contigue più a sinistra e più a destra che invece rimangono due **regioni neutre**. Benchè localmente nella regione di carica spaziale non si ha evidentemente neutralità di carica, purtuttavia globalmente il cristallo è ancora neutro.



<sup>1</sup> Notare che l'asse verticale riporta le concentrazioni con un andamento logaritmico, per cui una piccola differenza di quota in realtà corrisponde ad una enorme (una o più decadi) differenza di concentrazione.

## COME SI CALCOLA IL CAMPO ELETTRICO CHE SI E' PRODOTTO NELLA REGIONE DI CARICA SPAZIALE ?

La carica presente nella zona di carica spaziale sostiene un campo elettrico. Il legame tra carica elettrica e campo elettrico è espresso dal ben noto teorema di Gauss.

$$\text{div}D = \rho \quad \text{div}E = \frac{\rho}{\epsilon_{si}}$$

che, nel caso semplificato di un problema unidimensionale, assume la forma:

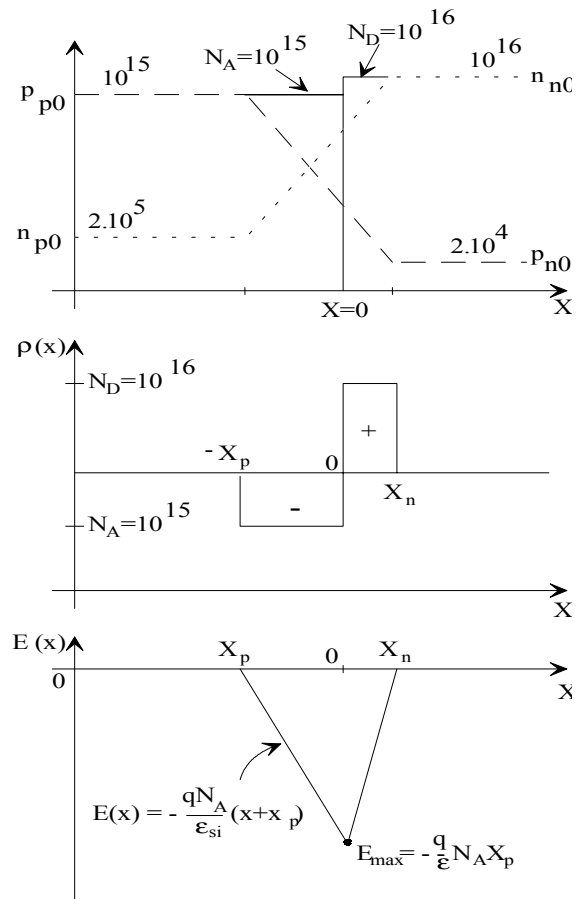
$$\frac{\partial E(x)}{\partial x} = \frac{\rho(x)}{\epsilon_{si}},$$

da cui

$$E(x) = \int_{-\infty}^x \frac{\rho(x)}{\epsilon_{si}} dx$$

Il campo elettrico viene quindi ricavato semplicemente integrando la densità di carica. Questo calcolo è molto semplice nel caso di una giunzione *pn* in cui siano valide le seguenti ipotesi semplificative:

- drogaggio uniforme nella due zone *n* e *p*:  $N_A(x) = N_A$   $N_D(x) = N_D$
- cariche mobili trascurabili nella regione di carica spaziale rispetto ai droganti ionizzati;



In questo caso la densità di carica è costante e nota in valore. Il corrispondente campo elettrico ha l'andamento lineare riportato nella figura. Si noti che esso è nullo nella zona neutra all'esterno della regione di carica spaziale ed è massimo nel punto in cui si sono integrate tutte le cariche di un segno e non si è ancora iniziato ad integrare quelle dell'altro segno; il campo elettrico è quindi massimo all'interfaccia metallurgica della giunzione. La direzione del campo elettrico è dalla zona *n* (carica positiva) verso la zona *p* (carica negativa), e pertanto di valore negativo in questo esempio perchè di verso opposto all'asse *X*.

Pur non avendo ancora calcolato il valore delle due estensioni  $x_p$  e  $x_n$ , fin d'ora possiamo dire che, per la neutralità della carica nel dispositivo, la totalità delle cariche positive dovrà essere uguale alla totalità delle cariche negative<sup>2</sup>:

$$N_A x_p = N_D x_n$$

Essa mostra che le zone più drogate sono quelle che si svuotano per un minore spessore.

<sup>2</sup>In generale se anche i mobili contribuissero significativamente ed il drogaggio non fosse costante, la neutralità della carica nel dispositivo imporrebbe:

$$\int_{-\infty}^0 [N_A(x) + n(x)] dx = \int_0^{+\infty} [N_D(x) + p(x)] dx$$

## COME SI RICAVA L'ANDAMENTO DEL POTENZIALE ?

Poichè il campo elettrico è il gradiente del potenziale cambiato di segno :  $E = -\text{Grad } V$ , l'andamento del potenziale è di nuovo ottenuto semplicemente integrando il campo elettrico. Nel caso semplice di problema unidimensionale esso è dato da:

$$V(x) = -\int_{-\infty}^x E(x) dx$$

Ricordando il teorema di Gauss, si ottiene un legame diretto in forma differenziale tra il potenziale e la densità di carica:

$$\frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} = -\frac{\rho(x)}{\epsilon_{si}} = -\frac{q[p(x) + N_D(x) - n(x) - N_A(x)]}{\epsilon_{si}}$$

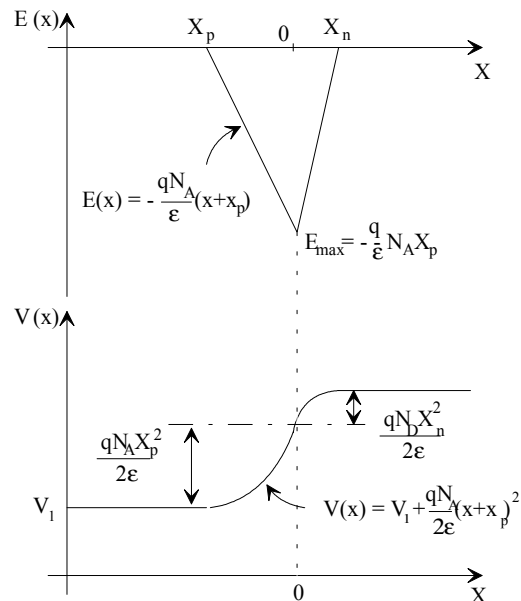
Essa costituisce l'equazione di Poisson.

Vi sono delle situazioni in cui l'equazione si semplifica notevolmente:

- nelle zone neutre, perchè la distribuzione dei portatori mobili coincide con quella dei droganti e quindi la densità di carica è zero ( $\rho(x)=0$ ). Questo comporta assenza di campo elettrico ( $E=0$ ) e potenziale costante.
- in ognuna delle due zone di carica spaziale perchè si può trascurare la concentrazione dei portatori liberi  $n$  e  $p$  rispetto ai droganti e perchè uno dei due droganti prevale sull'altro:

$$\text{zonap: } \frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} = \frac{qN_A(x)}{\epsilon_{si}}$$

$$\text{zonan: } \frac{\partial^2 V(x)}{\partial x^2} = -\frac{qN_D(x)}{\epsilon_{si}}$$



Se inoltre il drogaggio è costante



il campo elettrico è lineare



il potenziale è parabolico<sup>3</sup>.

<sup>3</sup>La costante di integrazione definirebbe il potenziale in una delle due zone neutre. Essa è inessenziale ai nostri scopi che sono quelli di valutare la differenza di potenziale tra gli estremi della giunzione  $pn$ . Essa sarebbe comunque definita da considerazioni fisico-circuitali sulla rete elettrica in cui la giunzione è posta.

Si noti che l'equazione di Poisson fornisce direttamente la curvatura della parabola, che è proporzionale alla carica e quindi al drogaggio<sup>4</sup>.

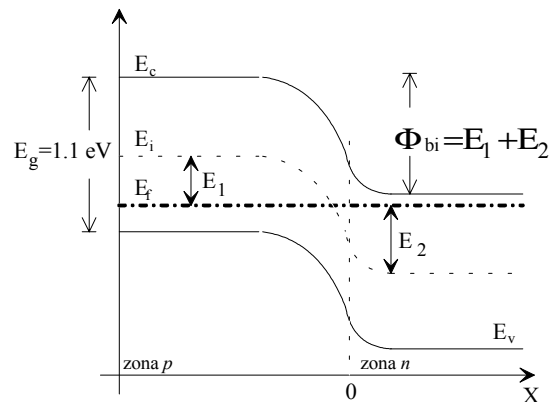
La barriera di potenziale che si ottiene tra le due regioni *n* e *p* di una giunzione all'equilibrio viene chiamata **tensione di built-in**,  $\Phi_{bi}$ , perchè si crea naturalmente all'atto della formazione della giunzione. Essa è pari alla somma delle cadute di potenziale nelle due zone:

$$\Phi_{bi} = \frac{qN_A x_p^2}{2\epsilon_{si}} + \frac{qN_D x_n^2}{2\epsilon_{si}}$$

Essa è quindi nota, noti i drogaggi.

Se invece del potenziale si vuole tracciare l'andamento dell'energia potenziale degli elettroni, come nei diagrammi a bande, si deve ribaltare il grafico prima trovato. Il grafico così ottenuto è indifferentemente l'andamento della banda di valenza, oppure l'andamento della banda di conduzione oppure quello del livello di centrobanda,  $E_i$ , essendo tutti paralleli tra di loro. Si possono evidentemente disegnare tutti e tre, ricostruendo così l'andamento completo delle bande; basta separare la linea della banda di valenza da quella della banda di conduzione esattamente del gap del semiconduttore (1.1eV circa nel caso del silicio).

Se si quota bene il disegno delle bande di energia e lo si correda del livello di Fermi per ognuna delle due zone neutre si vede che questi stanno alla stessa energia. Una approfondita analisi della giunzione non solo dimostra questo ma mostra che all'equilibrio termico il livello di Fermi si mantiene costante lungo tutto il semiconduttore, anche all'interno della regione di carica spaziale. Tutto si comporta come se la differenza di potenziale (barriera di energia) che impedisce un ulteriore spostamento di carica mobile da una zona all'altra, è proprio quella che mette in riga il livello di Fermi. In pratica quando si vuole disegnare l'andamento delle bande lungo un semiconduttore all'equilibrio, si disegna innanzitutto la linea dritta del livello di Fermi, rispetto alla quale si posizionano poi le bande nelle due zone estreme neutre essendo lì nota la concentrazione dei portatori noto il drogaggio. Poi si raccordano le bande con gli spezzoni parabolici di opportuna concavità ed estesi per  $X_n$  ed  $X_p$ .



<sup>4</sup>Poichè

$$p(x) = n_i e^{\frac{V_f(x) - V_i(x)}{V_{th}}} \quad n(x) = n_i e^{\frac{V_i(x) - V_f(x)}{V_{th}}}$$

ed  $N_A(x)$  e  $N_D(x)$  hanno in generale andamenti non costanti, l'equazione di Poisson è difficile da risolvere in forma chiusa. Questo, unito al fatto che per studiare accuratamente i dispositivi bisogna almeno considerare un modello bidimensionale se non addirittura un modello tridimensionale, giustifica il grande uso che si fa dei più potenti calcolatori per il progetto dei dispositivi elettronici.

## QUANTO E' ESTESA LA ZONA DI CARICA SPAZIALE ?

Possiamo ora ricavare il dato ancora mancante del valore dell'estensione delle regioni di carica spaziale a destra ed a sinistra della giunzione metallurgica. Infatti, sapendo che devono valere contemporaneamente le seguenti due relazioni:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_i = \frac{qN_A}{2\epsilon_{si}} x_p^2 + \frac{qN_D}{2\epsilon_{si}} x_n^2 \\ N_A x_p = N_D x_n \end{array} \right.$$

si ottiene che:

$$x_p = \sqrt{\frac{2\epsilon_{si}\Phi_i}{qN_A \left(1 + \frac{N_A}{N_D}\right)}} \quad x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_{si}\Phi_i}{qN_D \left(1 + \frac{N_D}{N_A}\right)}}$$

L'estensione complessiva della regione svuotata è:

$$x_d = x_p + x_n = \sqrt{\frac{2\epsilon_{si}\Phi_i}{q} \left( \frac{1}{N_A} + \frac{1}{N_D} \right)}$$

Le estensioni sono quindi note una volta noti i drogaggi. Come già visto, la zona svuotata si estende maggiormente nella zona meno drogata. In giunzioni  $pn$  asimmetriche, cioè con una delle due zone molto più drogata dell'altra - indicate con  $p^+$  o  $pn^+$  - si può calcolare direttamente l'estensione totale e associarla alla zona meno drogata, trascurando l'altra.

### Esercizio

Disegnare in un diagramma quotato l'andamento delle bande in una giunzione  $pn$  all'equilibrio ed alla temperatura ambiente in cui  $N_A = 2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$  e  $N_D = 8 \times 10^{15} \text{ cm}^{-3}$ .

Nella estremità della zona  $p$  la concentrazione di lacune è pari a  $2 \times 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ . La distanza tra il livello di Fermi ed il livello intrinseco è pertanto:

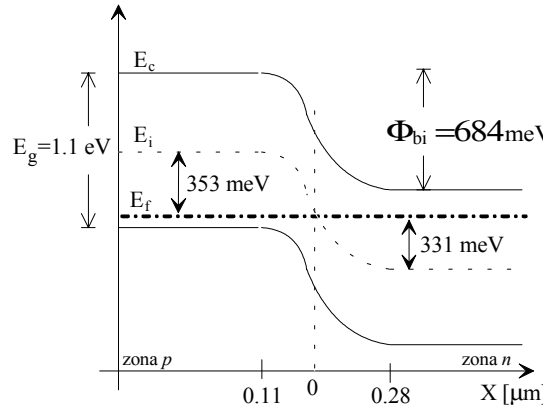
$$E_f - E_i = 25 \cdot 10^{-3} \ln \frac{p}{n_i} = 353 \text{ meV}$$

Analogamente nella zona  $n$  si ha:

$$E_f - E_i = 25 \cdot 10^{-3} \ln \frac{n}{n_i} = 33 \text{ meV}$$

Questi dati permettono di posizionare correttamente le bande nelle zone neutre rispetto al livello di Fermi costante. La differenza di potenziale tra i due capi della giunzione è

pertanto di 684mV. L'estensione della zona svuotata della zona  $n$  sarà maggiore di quella della zona  $p$  e pari a  $X_n=0.28\mu\text{m}$  contro  $X_p=0.11\mu\text{m}$ . In queste regioni bisogna disegnare le due parabole di raccordo, con concavità minore nella regione  $n$  rispetto a quella nella regione  $p$  più drogata. La pendenza dei diagrammi a bande fornisce il campo elettrico presente. La massima pendenza è dove c'è il cambio di curvatura, a cui corrisponde il picco di campo elettrico  $E_{\text{max}}\approx 36\text{kV/cm}$ .



**Esercizio**

Come si potrebbe ricavare la concentrazione dei portatori nei vari punti del dispositivo, anche eventualmente interni alla regione di carica spaziale ?

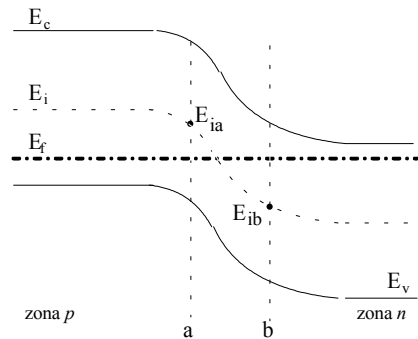
Come già visto la concentrazione di portatori è ricavabile dalla distanza in energia (o in potenziale) tra il livello di Fermi ed il livello intrinseco. Nel caso ad esempio degli elettroni, presi due punti  $a$  e  $b$  qualunque all'interno del materiale si ha:

$$n_a = n_i e^{\frac{E_f - E_{ia}}{kT}}$$

$$n_b = n_i e^{\frac{E_f - E_{ib}}{kT}}$$

La concentrazione nel punto  $b$  è quindi ricavabile dalla concentrazione nel punto di partenza  $a$  nota la variazione di potenziale tra i due punti:

$$n_b = n_a e^{\frac{E_{ia} - E_{ib}}{kT}}$$



Inversamente, data la concentrazione di portatori in due punti, è possibile ricavare la corrispondente variazione di potenziale:

$$E_{ia} - E_{ib} = kT \ln \frac{n_b}{n_a}$$

**Esercizio** Calcolare il potenziale di built-in  $\Phi_i$  nota la concentrazione delle due zone neutre.

Esso può essere visto come caso particolare dell'esercizio precedente. Infatti considerando ad esempio la concentrazione delle lacune alle due estremità ( $p=N_A$  nella zona  $p$  e  $p=n_i^2/N_D$  nella zona  $n$ ) si ricava:

$$\Phi_i = E_{ib} - E_{ia} = kT \ln \frac{N_A N_B}{n_i^2}$$

Nella formula compaiono solo i drogaggi e quindi è indifferente il tipo di portatore ( $n$  o  $p$ ) che si sceglie per il calcolo!

## COME SI ACCEDE AL SEMICONDUCTORE DALL'ESTERNO ?

---

Alle estremità neutre del semiconduttore vengono "saldati" dei microfilari metallici (alluminio o oro) tali da formare delle giunzioni metallo-semiconduttore che non presentino alcun impedimento al flusso di corrente di ogni tipo e che permettono l'imposizione delle volute tensioni. Contatti di questo tipo sono detti CONTATTI OHMICI. La fisica del contatto ohmico è assai particolare e complicata ed esula dagli scopi di questo corso. Tuttavia essa porta ad un risultato di interesse che può riassumersi nella seguente considerazione:

nel semiconduttore, in prossimità del contatto ohmico, la concentrazione dei portatori (sia maggioritari che minoritari) è costantemente forzata ad essere quella all'equilibrio.

Vedremo nel seguito, in casi particolari, quali conseguenze porta questo comportamento quando, per cause esterne, le concentrazioni nelle regioni neutre tendessero ad aumentare o a diminuire.

### Si può misurare la tensione di *Built-in* ai capi del diodo ?

Benchè all'interno del dispositivo, anche senza tensione esterna applicata, ci sia un campo elettrico non nullo e quindi una differenza di potenziale, tuttavia quest'ultima NON può essere direttamente misurata o resa disponibile all'esterno. Infatti, appena si collega il filo metallico al semiconduttore - sia all'estremità  $n$  che a quella  $p$  - si vengono a formare le due nuove giunzioni (metallo-semiconduttore  $n$ ) e (metallo-semiconduttore  $p$ ).

All'equilibrio, cioè in assenza di tensioni esterne applicate, le tensioni di built-in di queste due nuove giunzioni controbilanciano esattamente la tensione di built-in della giunzione  $pn$  interna. Per cui complessivamente, ai capi esterni del diodo all'equilibrio termico la tensione è nulla. Se così non fosse stato, avremmo costruito un dispositivo generatore di tensione che avrebbe potuto fornire potenza!



## COME RAPPRESENTARE UN SEMICONDUCTORE FUORI EQUILIBRIO ?

Ricordiamo che le densità di corrente di lacune e di elettroni di conduzione, prodotte dall'azione simultanea del campo elettrico e dei gradienti di concentrazione, sono descritte da (limitandoci al caso unidimensionale):

$$J_h = q\mu_p p E - qD_p \frac{\partial p}{\partial x}$$

$$J_n = q\mu_n n E + qD_n \frac{\partial n}{\partial x}$$

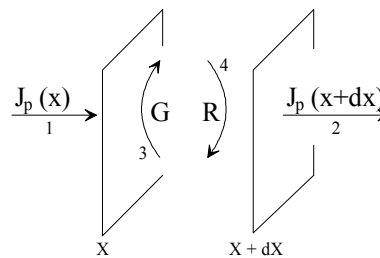
### Equazioni del trasporto

in cui il campo elettrico è ricavato dalla distribuzione di carica (soprattutto droganti ma anche portatori liberi), attraverso la legge di Gauss nella forma:

$$-\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -\frac{\rho}{\epsilon_{si}} = -\frac{q}{\epsilon_{si}} (p - n + N_D - N_A) \quad \text{Equazioni di Poisson.}$$

Nel caso fino ad ora analizzato di semiconduttore all'equilibrio, grazie al fatto che  $J_n=J_p=0$ , è stato possibile risolvere in forma chiusa il sistema e ricavare  $E(x)$ ,  $n(x)$  e  $p(x)$ . Il problema interessante dei semiconduttori è però studiare cosa succede quando ad una giunzione viene applicata una tensione dall'esterno, in modo da valutare la convenienza ad inserire tale nuovo dispositivo all'interno di una tradizionale rete elettrica per farle svolgere nuove ed innovative funzioni. Questo porta alla necessità di calcolare le correnti circolanti  $J_n$  e  $J_p$  quando viene applicata una tensione dall'esterno che porta il dispositivo necessariamente in condizione di **fuori equilibrio**. La presenza di correnti elettriche ( $J_n \neq J_p \neq 0$ ) impone l'introduzione di due ulteriori ed indipendenti relazioni (una per ogni portatore), dette EQUAZIONI DI CONTINUITA', che definiscono il tasso di variazione del numero dei portatori (elettroni e lacune separatamente) in un volume infinitesimo di materiale semiconduttore in funzione delle correnti afferenti a quel punto, dovuta a:

- 1- portatori che entrano nel volume;
- 2- portatori che escono dal volume;
- 3- portatori generati nel volume;
- 4- portatori ricombinati nel volume.



L'equazione che descrive la variazione nel tempo delle lacune nel volume infinitesimo  $Adx$ , è la seguente:

$$Adx \frac{\partial p}{\partial t} = -Adx \cdot \text{div} \frac{J_p}{q} + Adx(G_p - R_p)$$

dove la divergenza di  $J_p$  rende conto della differenza tra flusso uscente e flusso entrante,  $G$  rappresenta il tasso di generazione di lacune nell'unità di tempo per unità di volume e  $R$  quello di ricombinazione. In una trattazione unidimensionale, l'equazione assume la seguente forma semplificata:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\partial J_p}{\partial x} + (G_p - R_p)$$

L'equazione per gli elettroni è ricavata in modo analogo ricordando che il flusso degli elettroni come particelle è opposto alla corrente  $J_n$ .

Sostituendo le equazioni del trasporto nelle equazioni di continuità, si ottiene la seguente formulazione generale:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mu_p p \frac{\partial E}{\partial x} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + (G_p - R_p)$$

### Equazioni di continuità

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \mu_n n \frac{\partial E}{\partial x} + \mu_n E \frac{\partial n}{\partial x} + D_n \frac{\partial^2 n}{\partial x^2} + (G_n - R_n)$$

Esse sono equazioni differenziali alle derivate parziali perchè funzioni di  $t$  e di  $x$ . La loro soluzione richiede l'imposizione di opportune condizioni al contorno ed iniziali, variabili da caso a caso. Per nostra fortuna, in molti casi bisogna affrontare situazioni in cui le equazioni si semplificano significativamente, come ad esempio:

- situazione stazionaria, in cui

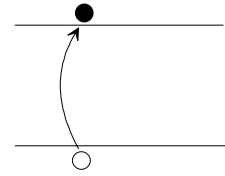
$$\frac{\partial p}{\partial t} = 0 \text{ e } \frac{\partial n}{\partial t} = 0$$

- regioni neutre del semiconduttore, in cui  $E=0$ .

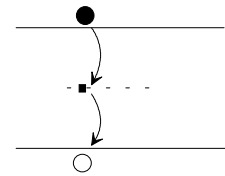
Vediamo ora il significato e l'espressione del termine  $(G-R)$ .

## IL PROCESSO DI GENERAZIONE e RICOMBINAZIONE

La **generazione di coppie** elettrone-lacuna consegue ad una rottura di un legame covalente nel silicio a causa o di vibrazioni termiche reticolari o di assorbimento di fotoni di adeguata energia. E' una transizione banda-banda.



La **ricombinazione di un elettrone con una lacuna** ne costituisce il processo inverso. Poichè sia l'elettrone che la lacuna, nelle rispettive bande, hanno una certa energia cinetica ed una definita quantità di moto, la loro ricombinazione impone che sia conservata sia l'una che l'altra. Mentre è facile conservare l'energia tramite l'emissione di un adeguato fotone, non altrettanto facile è conservare la quantità di moto. Nel silicio in particolare gli elettroni meno energetici liberi nella banda di conduzione hanno una quantità di moto diversa da zero mentre le lacune meno energetiche della banda di valenza hanno una quantità di moto molto prossima a zero. La transizione diretta di un elettrone dalla banda di conduzione alla banda di valenza con emissione di fotone è quindi molto improbabile. Molto più probabile è invece la transizione attraverso una terza particella nella forma di una "trappola" posta energeticamente all'interno del gap che faccia da gradino intermedio alla transizione e che riesca ad assorbire la quantità di moto dell'elettrone libero. Queste trappole sono chiamate **centri di ricombinazione**.



Quando si è all'equilibrio, in ogni punto del semiconduttore il tasso di generazione uguaglia esattamente il tasso di ricombinazione. Solamente quando si è fuori dalla condizione di equilibrio si ha una generazione o una ricombinazione netta.

La teoria<sup>5</sup> che analizza con precisione i meccanismi di transizione attraverso livelli di trappole poste al centro del gap porta alla seguente espressione del tasso di ricombinazione netto:

$$R - G = \frac{pn - n_i^2}{(p + n + 2n_i)\tau}$$

dove  $\tau$  è il tempo caratteristico dei fenomeni di generazione e ricombinazione<sup>6</sup>.  
La relazione indica che:

- in condizioni di equilibrio termico, dove  $pn = n_i^2 \Rightarrow R - G = 0$ ;
- se  $pn > n_i^2$ , cioè se ci sono più portatori liberi di quelli presenti all'equilibrio  
 $\Rightarrow$  la ricombinazione prevale sulla generazione;
- se  $pn < n_i^2$ , cioè se ci sono meno portatori liberi di quelli presenti all'equilibrio  
 $\Rightarrow$  la generazione di portatori prevale rispetto alla ricombinazione.

<sup>5</sup>Tale teoria è detta "Teoria della generazione e ricombinazione dei portatori" o anche "Teoria di Shockley, Read e Hall" dal nome dei tre scienziati che per primi e più attentamente l'hanno analizzata.

<sup>6</sup>Il tempo di vita dei portatori minoritari può variare di parecchi ordini di grandezza, a seconda della densità e del tipo dei centri di ricombinazione:

- $\tau \cong 10\text{ms}$  nei cristalli puri usati come rivelatori,
- $\tau \cong 1\mu\text{s}$  nei circuiti integrati,
- $\tau \cong 1\text{ns}$  alle superfici dei semiconduttori.

In sintesi, ogniquale volta le concentrazioni di portatori vengono variate da fattori esterni rispetto ai loro valori di equilibrio, esse tendono a ritornare all'equilibrio. Nel caso di iniezione di portatori in eccesso (caso 2) il ritorno avviene tramite la ricombinazione dei portatori minoritari iniettati con quelli presenti in maggioranza. Nel caso di estrazione di portatori (caso 3), il ritorno all'equilibrio avviene attraverso generazione di coppie elettrone-lacuna.

### Un esempio di situazione di fuori equilibrio

Utilizziamo ora le nuove equazioni introdotte per studiare un dispositivo quando NON è in equilibrio termico.

Si supponga di avere un cristallo di semiconduttore drogato  $n$  uniformemente ( $N_D=10^{16} \text{ cm}^{-3}$ ) all'equilibrio. Le concentrazioni dei portatori sono quindi

$$n = n_0 = 10^{16} \text{ [elettroni/cm}^3\text{]} \quad p = p_0 = n_i^2/N_D = 2.1 \times 10^4 \text{ [lacune/cm}^3\text{]}$$

Lo si illumini uniformemente con una luce che crea  $10^{12}$  coppie elettrone-lacuna al  $\text{cm}^3$ . Le nuove concentrazioni dei portatori saranno:

$$n = n_0 + n' = 10^{16} + 10^{12} \cong 10^{16} \quad p = p_0 + p' = 2.1 \times 10^4 + 10^{12} \cong 10^{12}$$

Benchè le variazioni assolute dei due tipi di portatori siano uguali (e con ciò manteniamo la neutralità della carica globale nel dispositivo!), le variazioni percentuali sono molto differenti: la variazione percentuale dei maggioritari  $n$  è infatti irrisoria mentre è enorme la variazione percentuale dei minoritari  $p$ .

Il processo di creazione di coppie è normalmente indicata come una iniezione di portatori minoritari, focalizzando così l'attenzione sull'effetto con variazione percentuale maggiore.

La situazione di fuori equilibrio in cui la densità dei maggioritari non cambia significativamente rispetto a quella all'equilibrio è detta situazione di **basso livello di iniezione**.

Il ritorno nel tempo all'equilibrio dopo avere interrotto l'illuminazione, è dettato dal fenomeno della ricombinazione dei portatori in eccesso tra di loro, come indicato oltre che dall'intuito, dal fatto che  $np > n_i^2$ , perchè  $10^{16} \times 10^{12} = 10^{28} > 2.1 \times 10^{20}$ .

Poichè l'effetto della ricombinazione sarà visibile soprattutto sui minoritari  $p$  perchè percentualmente subiscono la variazione maggiore, risolviamo prima l'equazione di continuità per  $p$ :

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -\mu_p p \frac{\partial E}{\partial x} - \mu_p E \frac{\partial p}{\partial x} + D_p \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + (G_p - R_p)$$

Essa assume la seguente forma semplificata ( assenza di campo elettrico e distribuzione uniforme di portatori):

$$\frac{\partial p}{\partial t} = -(R_p - G_p) :$$

dove

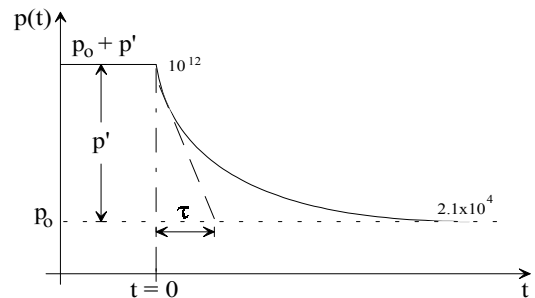
$$R - G = \frac{pn - n_i^2}{(p + n + 2n_i)\tau} = \frac{(p_0 + p')(n_0 + n') - p_0 n_0}{(p_0 + p' + n_0 + n' + 2n_i)\tau} = \frac{p' n_0 + p_0 n' + p' n'}{n_0 \tau} \cong \frac{p'}{\tau}$$

Pertanto l'equazione che regola il fenomeno è:

$$\frac{\partial p'(x, t)}{\partial t} = -\frac{p'(x, t)}{\tau}$$

la cui soluzione è

$$p'(x, t) = p'(x, 0) e^{-\frac{t}{\tau}}$$



Il sistema ritorna quindi all'equilibrio seguendo un andamento temporale esponenziale con costante di tempo  $\tau$ . La relazione mostra che il meccanismo è regolato solo dai minoritari in eccesso. In effetti se la ricombinazione tra maggioritari e minoritari in eccesso avviene tramite un centro intermedio, solamente quando questo avrà preso un minoritario la ricombinazione potrà dirsi praticamente conclusa perchè sarà immediata la cattura di un maggioritario, essendocene una infinità attorno.

L'andamento nel tempo della densità di  $n$  è ottenuta da

$$\frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = -\frac{p'(x, t)}{\tau} \text{ cioè } \frac{\partial n(x, t)}{\partial t} = 0$$

che fornisce  $n \cong \text{costante}$ , come ci aspettavamo dalle considerazioni qualitative viste prima.

## I "quasi" livelli di Fermi

In situazione di fuori equilibrio non è più possibile utilizzare il livello di Fermi come riferimento energetico nel diagramma a bande per ricavare direttamente sia la concentrazione dei maggioritari che quella dei minoritari.

Tuttavia, quando si è fuori equilibrio, si vorrebbe poter ancora avere dei livelli energetici di riferimento che permettano di ricavare la concentrazione di  $n$  e di  $p$ . Poichè i valori delle concentrazioni sono diversi da quelli all'equilibrio e non sono più vincolati tra loro dalla legge di azione di massa, bisogna introdurre due riferimenti separati uno per ogni portatore. In analogia con quanto definito per l'equilibrio, il livello di riferimento per gli elettroni viene chiamato *quasi livello di Fermi per gli elettroni* ( $E_{qfn}$ ) e quello per le lacune *quasi livello di Fermi per le lacune* ( $E_{qfp}$ ).

Essi si collocano nel diagramma energetico in una posizione tale che valgano rispettivamente le relazioni:

$$n = n_i e^{\frac{E_{qfn} - E_i}{kT}} \quad p = n_i e^{\frac{E_i - E_{qfp}}{kT}}$$

I termini  $E_i$  ed  $n_i$  sono gli stessi introdotti all'equilibrio. Solo  $n$  tiene conto del non equilibrio.

Ai quasi livelli di Fermi si può ancora associare il significato fisico di riferimento energetico in corrispondenza del quale la probabilità di avere quella energia è 1/2 ma ora vale singolarmente solo per gli elettroni e le lacune.

### Esercizio

Calcolare la posizione dei quasi livelli di Fermi nel silicio quando è raggiunta la situazione di fuori equilibrio prima introdotta con illuminazione uniforme tale da creare  $10^{12}$  coppie elettrone-lacuna.

La situazione di fuori equilibrio può essere ben rappresentata, per quanto riguarda le concentrazioni di entrambi i portatori, da due quasi livelli di Fermi distanti da  $E_i$  delle quantità:

$$E_{qfn} - E_i = kT \cdot \ln \frac{n}{n_i} = 336 \text{ meV}$$

$$E_i - E_{qfp} = kT \cdot \ln \frac{p}{n_i} = 106 \text{ meV}$$

